2026年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

（全２２ページ）
（２００点）

注意事項

(1) 次の配布物が正しく配られていることを確認すること。
　問題冊子　１冊
　解答用紙　２枚

(2) この問題冊子には，合計８題が出題されている。

問題１　地質学　　問題２　古環境学・古生物学　　問題３　岩石学・鉱物学
問題４　化学　　問題５　熱力学　　問題６　力学
問題７　電磁気学　　問題８　物理数学

(3) 第１志望・第２志望ともに，岩石循環科学，地球進化史，古環境学，火山科学，惑星系形成進化学，有機宇宙地球化学, 地球システム化学，地球内部物質学，地球惑星博物学の各研究グループを志望する受験生は，８問題のなかから任意に２問題を選択すること。

(4) 第１志望または第２志望で，太陽地球系物理学，宇宙地球電磁気学，大気流体力学，大気流体モデリング，気象学・気候力学，大気圏電離圏融合宇宙天気科学，地球深部物理学，地球内部ダイナミクス，観測地震・火山学，地震火山減災科学の各研究グループを志望する受験生は，問題５～問題８（上記の下線を引いた問題）のなかから少なくとも１問題を含む，合計２問題を選択すること。下線を引いた問題以外から２問題を選択した場合は，無効（０点）とするので注意すること。

(5) 解答は，問題毎に別の解答用紙を用い，枠内に記入すること（裏面使用可）。

(6) 二枚の解答用紙にそれぞれ，受験番号，氏名，選択した問題の番号を記入すること。

(7) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題１　地質学（100 点）

以下の問い（**問１**）に答えよ。

問１　次の文章を読んで，設問（1）～（8）に答えよ。

図１は，ある地域の川に沿って作成したルートマップ（平面図）である。この地域の北部を東西方向に流れる川に沿って地質調査を行ったところ，砂岩層と泥岩層の境界が A 地点に露出し，泥岩層とチャート層の境界が B 地点に露出していた。A，B いずれの露頭でも境界面は整合関係にあり，それらの(a)走向と傾斜は，N45°E，30°N であった。先行研究によると，チャート層は三畳紀に堆積した深海底堆積物と考えられており，その(b)堆積年代から北西上位であることが分かっている。また泥岩層や砂岩層は，(c)付加体の海溝充填堆積物と考えられている。

一方，調査地域西部で川の南北方向に沿って地質調査を行なったところ，A，B 地点と同様の地層境界が観察されたものの，それらの境界面の走向と傾斜は，N45°W，30°N と変化していた。そのため，この地域には（　ア　）方向にプランジした褶曲軸を持つ（　イ　）が存在すると考えられる。また C 地点では断層がみられ，(d)未固結で粘土状の細粒な基質部を持つ断層岩や(e)断層面が観察された。

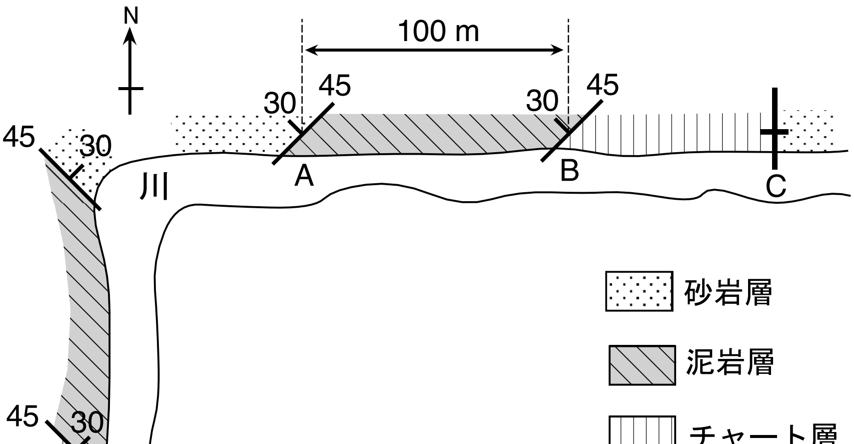

図１　作成したルートマップ（平面図）

（1）文中の空欄（　ア　），（　イ　）に入る語句を答えよ。

（2）下線部（a）に関して，以下の 3 つの用語を使用して，地層の走向，傾斜とは何かを説明せよ。
地層面　　水平面　　直交

（　次ページに続く　）

（３）川沿いで東西方向に測定した泥岩層の幅は 100 m であった。泥岩層の層厚は一定であると仮定して，泥岩層の厚さを求めよ。なお，**図１**に示された地域の標高は一定とし，計算には以下の近似値を用いてもよい。
$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.4$，$\sqrt{3} \fallingdotseq 1.7$

（４）B 地点の東西方向の露頭断面で，泥岩層とチャート層の境界面が示す見かけの傾斜角を求めよ。なお計算にあたっては、次の**図２**および次ページの**表１**（三角関数表）を参考にして整数で答えよ。

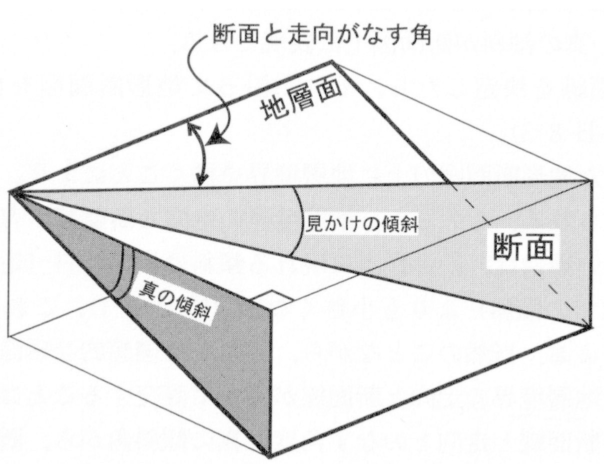

図２　地層面の見かけの傾斜（日本地質学会編，2004）

（５）下線部（b）に関して，チャート層の堆積年代を求める方法を説明せよ。

（６）下線部（c）に関して，付加体とはどのようなものかを簡潔に説明せよ。

（７）下線部（d）に関して，このような特徴を持つ断層岩のことを何と呼ぶか，その名称を答えよ。

（８）下線部（e）に関して，断層面の観察から断層の変位方向を推定する方法について説明せよ。説明には図を用いてよい。

（　次ページに続く　）

（　問題１の続き　）

表１　三角関数表

角度(°)	sin	cos	tan	角度(°)	sin	cos	tan
1	0.0175	0.9998	0.0175	31	0.5150	0.8572	0.6009
2	0.0349	0.9994	0.0349	32	0.5299	0.8480	0.6249
3	0.0523	0.9986	0.0524	33	0.5446	0.8387	0.6494
4	0.0698	0.9976	0.0699	34	0.5592	0.8290	0.6745
5	0.0872	0.9962	0.0875	35	0.5736	0.8192	0.7002
6	0.1045	0.9945	0.1051	36	0.5878	0.8090	0.7265
7	0.1219	0.9925	0.1228	37	0.6018	0.7986	0.7536
8	0.1392	0.9903	0.1405	38	0.6157	0.7880	0.7813
9	0.1564	0.9877	0.1584	39	0.6293	0.7771	0.8098
10	0.1736	0.9848	0.1763	40	0.6428	0.7660	0.8391
11	0.1908	0.9816	0.1944	41	0.6561	0.7547	0.8693
12	0.2079	0.9781	0.2126	42	0.6691	0.7431	0.9004
13	0.2250	0.9744	0.2309	43	0.6820	0.7314	0.9325
14	0.2419	0.9703	0.2493	44	0.6947	0.7193	0.9657
15	0.2588	0.9659	0.2679	45	0.7071	0.7071	1.0000
16	0.2756	0.9613	0.2867	46	0.7193	0.6947	1.0355
17	0.2924	0.9563	0.3057	47	0.7314	0.6820	1.0724
18	0.3090	0.9511	0.3249	48	0.7431	0.6691	1.1106
19	0.3256	0.9455	0.3443	49	0.7547	0.6561	1.1504
20	0.3420	0.9397	0.3640	50	0.7660	0.6428	1.1918
21	0.3584	0.9336	0.3839	51	0.7771	0.6293	1.2349
22	0.3746	0.9272	0.4040	52	0.7880	0.6157	1.2799
23	0.3907	0.9205	0.4245	53	0.7986	0.6018	1.3270
24	0.4067	0.9135	0.4452	54	0.8090	0.5878	1.3764
25	0.4226	0.9063	0.4663	55	0.8192	0.5736	1.4281
26	0.4384	0.8988	0.4877	56	0.8290	0.5592	1.4826
27	0.4540	0.8910	0.5095	57	0.8387	0.5446	1.5399
28	0.4695	0.8829	0.5317	58	0.8480	0.5299	1.6003
29	0.4848	0.8746	0.5543	59	0.8572	0.5150	1.6643
30	0.5000	0.8660	0.5774	60	0.8660	0.5000	1.7321

（このページは白紙）

問題２　古環境学・古生物学（100 点）

以下の問い（**問１〜問３**）に答えよ。

問１　次の文を読んで，以下の設問（1）〜（5）に答えよ。

「種」は，自然界に存在する生物学的単位である。現代の生物学者は，18 世紀にスウェーデンの生物学者である（　ア　）が提唱した階層的分類体系を採用している。それぞれの種には，固有の名称（種名）を付与して学名とする。(a)学名は，属名と種小名の組み合わせである。同じような形質・特徴をもった種をまとめた階層が「属」である（**図１**）。そして，属は，より高次の階層（　イ　）にグループ化される。（　イ　）は，さらに上位の（　ウ　），綱，（　エ　），（　オ　）へとグループ化されていく。

（1）文中の空欄（　ア　）に当てはまる人名を答えよ。
（2）文中の下線部（a）の方法を何と呼ぶか答えよ。
（3）分類階級「種」と「属」に対応する英単語を答えよ。
（4）**図１**の分類階級（　イ　）〜（　オ　）に相当する日本語を答えよ。
（5）生物学的な種の定義を５０字程度で説明せよ。

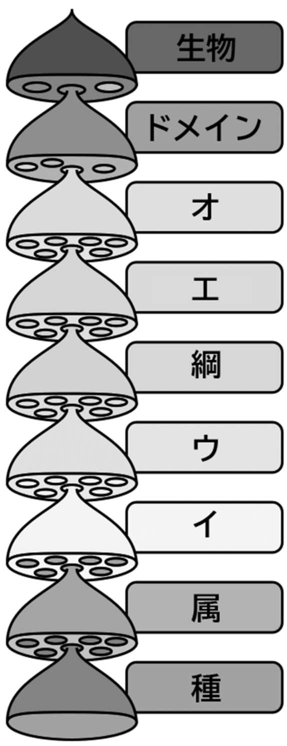

図１　分類階級の階層性（「コーウェン地球生命史」原著第６版（2023）を改変）

（　次ページに続く　）

問２　次の文を読んで，以下の設問（1）～（3）に答えよ。

約258万年前に始まる（　ア　）紀は，一般に「氷河期」とよばれ，大規模な（　イ　）が拡大して高緯度地域の大部分を覆う氷期と，（　イ　）が縮小する（　ウ　）を周期的に繰り返すことで特徴づけられる。セルビアの数学者・天文学者である（　エ　）は，(a)地球の３つの軌道要素（自転軸の傾き，自転軸の（　オ　）運動，公転軌道の離心率）の周期的な変化による高緯度地域の日照量の変化が気候変動の主な要因であることを示した。

（1）文中の空欄（　ア　）～（　オ　）に入る用語または人名を答えよ。

（2）文中の下線部（ａ）について，自転軸の傾きの変動周期（年）と，公転周期の離心率の変動周期（年）を答えよ。

（3）自転軸の傾きの変化は，どのような気候変動をもたらすのか，簡潔に説明せよ。説明には図を用いてよい。

問３　次の９つの用語から４つを選び，その内容ついて簡潔に説明せよ。

（１）生痕化石（trace fossil）
（２）バージェス頁岩動物群（Burgess shale fauna）
（３）古生代型動物群（Paleozoic fauna）
（４）ペルム紀末の大量絶滅（End-Permian extinction event）
（５）中生代の海洋変革（Mesozoic Marine Revolution）
（６）白亜紀末の大量絶滅（End-Cretaceous extinction event）
（７）海洋無酸素事変（Oceanic Anoxic Event，OAE）
（８）暁新世-始新世温暖化極大（Paleocene-Eocene Thermal Maximum，PETM）
（９）炭酸塩補償深度（Carbonate Compensation Depth，CCD）

問題３　岩石学・鉱物学　（100 点）

以下の問（**問１**，**問２**）に答えよ。

問１　２成分系の定圧における相図についての以下の説明文および**図１**，**２**に基づき，設問（１）～（４）に答えよ。

図１は組成が X_A から X_B に変化する固相 a の相平衡図，**図２**は組成が Y_C の固相 c と組成が Y_D の固相 d の相平衡図である（図中の点線は補助線）。

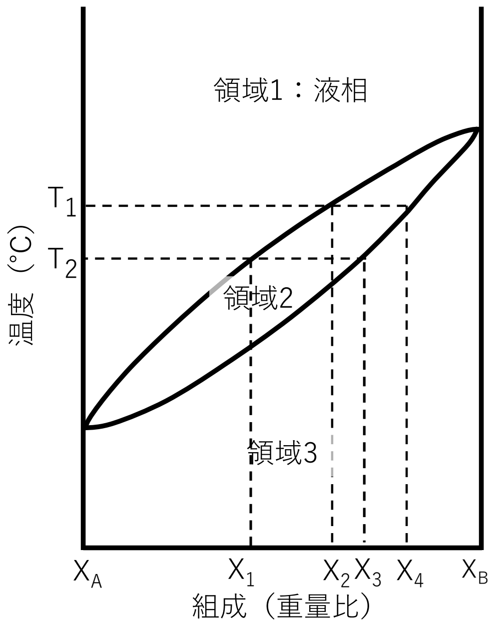

図１ 固相 a の相平衡図

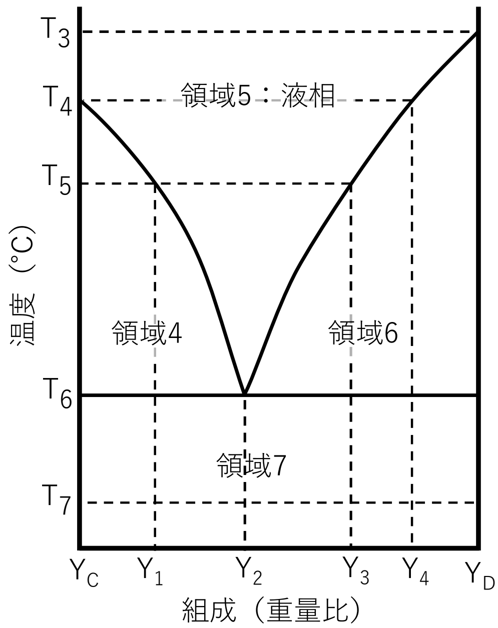

図２ 固相 c-固相 d の相平衡図

（１）**図１**中の領域 1 と 2，および領域 2 と 3 の境界線の名称をそれぞれ答えよ。

（２）**図２**中の領域 4, 6, 7 について，それぞれの領域で安定に存在する相をすべて答えよ。

（３）**図１**において，組成 X_2，温度 T_2 の状態で存在する全ての相とその組成を答えよ。また，複数相が存在する場合には，それらの重量比を図中の記号を用いて表せ（例　相 α：相 β ＝線分 X_AX_1：線分 X_BX_3）。

（４）**図２**において，全体の組成が Y_1 で領域 7 にある閉鎖系が，温度 T_7 から温度 T_3 に到達するまでの系の変化について，図中の記号を用いながら説明せよ。

（次ページに続く）

問 2　以下の説明文および図表に基づき，設問（1）～（5）に答えよ。

鉱物の多くはイオン結合を主体とし，原子（あるいはイオン）の規則的空間配置による幾何学的対称性のある基本構造を持つ。ケイ酸塩鉱物は基本単位である SiO_4 四面体（**図 3**）のつながりかたによって，６つに分類される。また，鉱物の結晶構造により単位格子中の陽イオン席の大きさ，個数，配位数が決まり，これらは鉱物の化学式に反映される。

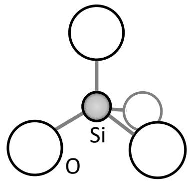

図 3 SiO_4 四面体

（１）ケイ酸塩鉱物の６つの分類のうち，SiO_4 四面体が単独のもの，および２つの SiO_4 四面体が１つの頂点を共有したものの名称をそれぞれ答えよ。

（２）結晶の対称操作のうち，平行移動を含まないものには回転操作などの４種類がある。残り３つの対称操作を答えよ。

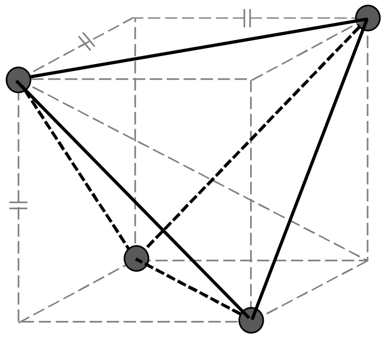
図 4 正四面体とその配位子の位置

（３）正四面体（**図 4**）が有する独立な対称要素を１つ答えよ。

（４）4 配位の正四面体に含まれる陽イオンと陰イオンの半径比（陽イオン半径：r_c，陰イオン半径：r_A として r_c/r_A）の最小値を有効数字 3 桁で求めよ（**図 4** 中の灰色点線の補助線を参考にしてよい）。なお，結果だけでなく，図などを用いて計算過程も示せ（$\sqrt{2} = 1.41, \sqrt{3} = 1.73$とせよ）。

（５）下記に示した表は，かんらん石の化学分析の結果である。空欄[あ]～[け]を埋めて，かんらん石の化学式　$(Mg_xFe_y)_2SiO_4$　の x と y を求めよ（小数点第 2 位まで）。ただし，原子量は O=16.0, Si=28.1, Mg=24.3, Fe: 55.8 とせよ。

表 1 かんらん石の分析値

分子	重量%	かんらん石 100g 中の各分子のモル数	かんらん石 100g 中の酸素のモル数	酸素のモル数を 4 としたときの陽イオンのモル数
SiO_2	41.3	[　あ　]	[　え　]	[　き　]
MgO	51.6	[　い　]	[　お　]	[　く　]
FeO	7.1	[　う　]	[　か　]	[　け　]
計	100.0		2.75	

問題４　化学（100 点）

以下の問い（**問１**，**問２**）に答えよ。

問１　次の文を読んで，設問（１）～（５）に答えよ。

図１はK（原子番号１９）からGe（原子番号３２）までの元素の第一イオン化エネルギーをグラフに示したものである。

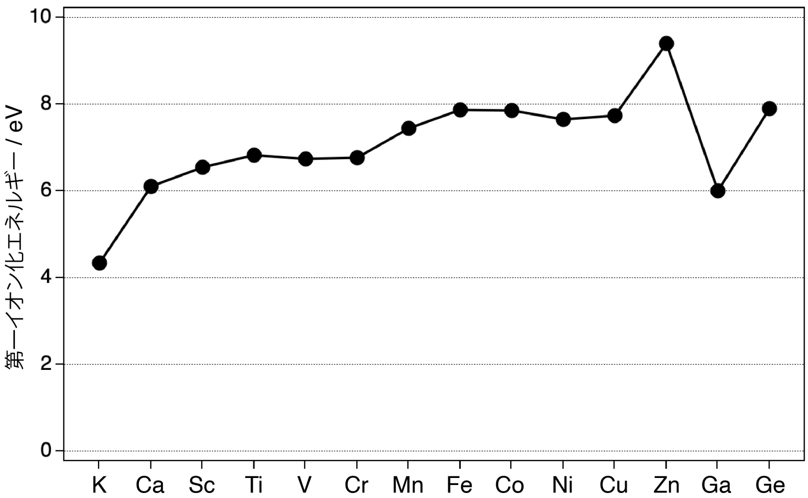

図１　各元素の第一イオン化エネルギー

（１）以下に示すNaの電子配置にならって，次の三つの元素K，V，Niの電子配置を示せ。

$$\mathrm{Na}\quad (1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6\,(3s)^1$$

（２）イオン化エネルギーとは何か，40 字程度で説明せよ。

（３）Sc から Zn までの元素において，第一イオン化エネルギーは原子番号が増加するにつれわずかに増加するが，ほぼ同様の値を取る。これらの元素をまとめて何と呼ぶか答えよ。

（４）Ga の第一イオン化エネルギーは，Zn の第一イオン化エネルギーよりも小さい。この理由について，Zn およびGa の電子配置をもとに説明せよ。

（５）Ge 化合物中の Ge イオンには，主に二種類の価数が存在する。その二種のイオンの電子配置を示せ。

（　次ページに続く　）

問２　次の文を読んで，設問（１）～（５）に答えよ。

地球上の炭素の同位体は，安定同位体として ^{12}C と $^{(\ ア\ )}$C が存在する。加えて放射性同位体 ^{14}C（半減期５７３０年）が，宇宙線起源の中性子と大気中の（　イ　）から生成し，存在している。^{14}C/^{12}C 比は炭素を含む物質の年代測定に利用されている。

（１）（　ア　）に当てはまる炭素の質量数を答えよ。

（２）^{14}C の生成に関して，上の文中の（　イ　）に当てはまる核種を答えよ。

（３）^{14}C の放射壊変の様式は，α壊変，β^+壊変，β^-壊変のいずれか答えよ。また，壊変により生成する核種と放出される粒子をすべて記せ。

（４）ある植物化石中の ^{14}C/^{12}C 比は，その植物が生育していたときの 1/3 であった。この植物が枯れたのは何年前か。有効数字二桁で求めよ。なお植物の死後，炭素に関して閉鎖系が保たれていたとする。必要ならば，$\ln 2 = 0.70, \ln 3 = 1.10$ を用いてもよい。

（５）化石燃料の大量消費は，大気中の二酸化炭素の ^{14}C/^{12}C 比にどのような影響を与えるか説明せよ。

問題５　熱力学（100 点）

以下の問い（**問 1**，**問 2**）に答えよ。

問 1 一成分一相系のヘルムホルツの自由エネルギーに関して，以下の設問（１）〜（５）に答えよ。以下の設問においては，T は絶対温度，S はエントロピー，P は圧力，V は体積，U は内部エネルギー，F はヘルムホルツの自由エネルギー，G はギブズの自由エネルギーである。

（１）内部エネルギー U の全微分の式が

$$dU = TdS - PdV$$

であることを用いて，ヘルムホルツの自由エネルギー F の全微分の式が

$$dF = -SdT - PdV \tag{i}$$

となることを示せ。

（２）F の全微分の式 (i) からマクスウェルの関係式のひとつ

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \tag{ii}$$

が導かれることを説明せよ。

（３）$F(T, V)$ が以下の式で表される系を考える。ただし、A は定数である。

$$F = -AVT^4 \tag{iii}$$

この系の圧力 P、内部エネルギー U、ギブズの自由エネルギー G のそれぞれを V, T の関数として求めよ。

（４）外界（環境）の温度が一定の T_0 に保たれ、系と熱のやり取りをしながら、系の状態がある平衡状態１から別の平衡状態２に遷移するものとする（途中は非平衡であっても構わない)。このとき、熱力学第１法則と第２法則から

$$F_2 - F_1 \leq W \tag{iv}$$

が導かれることを説明せよ。ここで、F_1、F_2 は、それぞれ状態１と状態２のヘルムホルツの自由エネルギーで、W は状態１から２に移る間に外界からなされる仕事である。なお、熱力学第２法則には様々の表現があるが、ここでは以下のものを使うこと。

$$S_2 - S_1 \geq \frac{Q}{T_0} \tag{v}$$

ここで、S_1、S_2 は、それぞれ状態１と状態２のエントロピーで、Q は状態１から２に移る間に外界から与えられる熱である。

（次ページに続く）

（５）（４）に関して、以下のように考えることは誤りである。明らかに誤った結論が導かれているが、推論のどこが誤っているのかを簡潔に１００字以内で説明せよ。

> カルノーサイクルにおいては、サイクルを一周した時点で系の状態は元に戻っている。したがって $F_1 = F_2$ であり、式 (iv) から $W \geq 0$ が導かれる。すなわち、外界に対して正の仕事をすることはできない。

問２ オットーサイクルとは、**図１**のように断熱圧縮（１→２）、定積加熱（２→３）、断熱膨張（３→４）、定積冷却（４→１）からなるサイクルである。このサイクルが n モルの理想気体を作業物質として準静的に行われるときの熱効率 η を以下の設問（１）〜（３）に従って求めよ。定積加熱の時に系に与えられる熱を Q_H、定積冷却の時に系が放出する熱を Q_L、系がする仕事を W とするとき（W の符号が**問１**とは逆に定義されていることに注意せよ。このサイクルが外界に対して正の仕事をするとき、W、Q_H、Q_L はいずれも正になる。）、熱効率は

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} \tag{vi}$$

で定義されるものとする。

（１）状態１，２，３，４における温度をそれぞれ T_1, T_2, T_3, T_4 とするとき、η を T_1, T_2, T_3, T_4 で表せ。ただし、定積モル比熱 c_V は一定であるものとする。

（２）理想気体の断熱変化（等エントロピー変化）では TV^{R/c_V} が一定となることを示せ。ここで、T は絶対温度、V は体積、R は気体定数である。

（３）（１）と（２）の結果を用いることで、熱効率 η を圧縮率 $r = V_L/V_H$ と R/c_V を用いて表せ。ここで、V_H は定積加熱の時の体積、V_L は定積冷却の時の体積である。

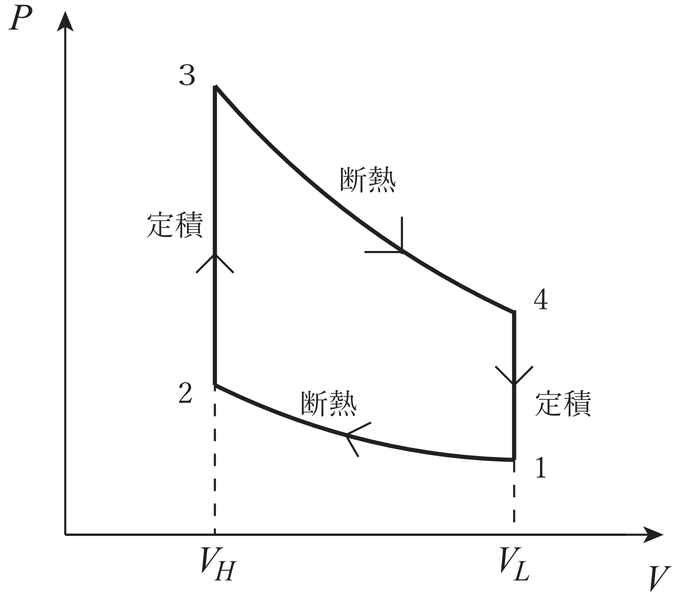

図１　オットーサイクルを、横軸を体積 V、縦軸を圧力 P として表現したもの。

問題６　力学（100 点）

以下の問い（**問１～問４**）に答えよ。計算の途中経過も書くこと。

問１　次の文を読んで，設問（１），設問（３）に答えよ。

図１のように $z = 0$ の面からから大きさ$\boldsymbol{F}$の力を非常に短い時間Δt で加えてジャンプした。大きさの無視できる人（体重m）の運動を求める。ここでは大きさ g の重力加速度が $-z$ の向きに働き，空気抵抗は無視してよい。

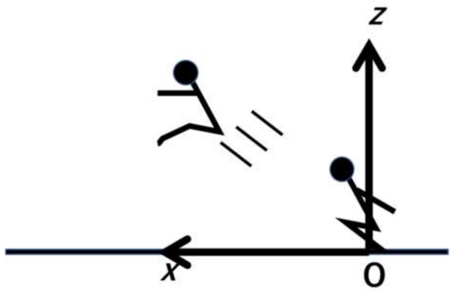

図１

（１）　床面から人に作用する力のベクトルを$\boldsymbol{F}$とするとき，この人に作用する合力を求めよ。

（２）　ジャンプした時点の速度を求めよ。ただし，$\boldsymbol{F}$は十分大きく，地面からジャンプするものとする。

（３）　最も遠くまで飛ぶためには水平面から何度で踏み切ればよいか？初速度ベクトルの原点Oにおける，x 軸から z 軸方向の角度を求めよ。また到達距離を示せ。

問２　**図2**で示すように，質量 m の人が速度 v_0 で走ってきて，角度 $\theta = 0$ の位置にある，長さ ℓ_0 のロープに飛び移り，垂直から角度 θ で手を離した。この時の運動を考える。運動は $x - z$ 面内であるとするとき次の設問に答えよ。

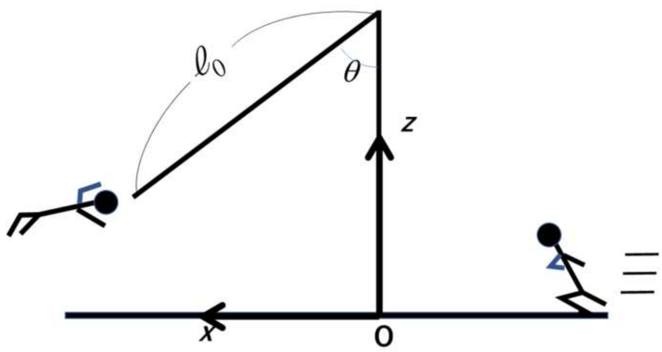

図2

（次ページに続く）

（問題6の続き）

（1）角度 θ で手を離した時の速度ベクトルを示せ。ただし，空気抵抗力の影響は受けないとする。ここでは大きさ g の重力加速度が $-z$ の向きに働いているとする。また，ロープは上端が $z = \ell_0$, 下端が $z = 0$ にあるとする。人の身長，ロープの重さは考えず，$x = 0$, $z = 0$ でロープをつかんだとする。

（2）この人の最高点の位置ベクトルを求めよ。

問３　図3で示されているように長さ ℓ_0 のひもの下に質量 m のおもりがつるされている。

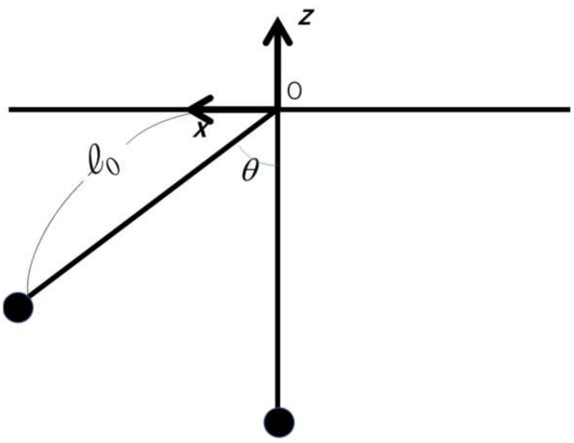

図3

（1）おもりの θ 方向の運動方程式を示せ。ただし，ひもの重さは無視でき，大きさ g の重力加速度が $-z$ の向きに働いているとする。また，y 軸を紙面に垂直手前方向であるとする。

（2）O の周りの角運動量 $\boldsymbol{L}$ を求めよ。

（3）揺れの角度が小さい場合の固有周期を導け。

問４　３次元空間の保存力場$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$とポテンシャルエネルギー$U(\boldsymbol{r})$の関係を考える。ポテンシャルエネルギーは下記のように定義されている。ただし，$\boldsymbol{r}$は位置ベクトル，$\boldsymbol{F}$はベクトル場，・は内積を示す。

$$U(\boldsymbol{r}) = -\int_{\boldsymbol{r_0}}^{\boldsymbol{r}} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})\cdot d\boldsymbol{r} \quad ①$$

また，

$$\boldsymbol{F}(r) = -\mathrm{grad}\, U(\boldsymbol{r}) \quad ②$$

と記すことができる。②式を導け。

問題７　電磁気学（100 点）

以下の問い（問１～問３）に答えよ。真空の誘電率はε_0，真空の透磁率はμ_0とする。計算の途中過程も書くこと。

問１　半径 r_0 の無限の長さの円柱の導体に電流 I が流れている。電流密度は導体内で一様とする。円柱の中心軸からの距離 r の関数として，磁束密度の大きさを求めよ。

問２　電荷が線密度 $\lambda(x)$ で x 軸に沿って$-a < x < a$の間に分布している。x 軸上における静電ポテンシャル$\phi(x)$を求めよ。ただし、真空中の誘電率を ε_0とせよ。

問３　三次元直交座標系（x，y，z）において，真空中を伝播する電磁波の磁束密度ベクトルが以下のような平面波で与えられているとする。

$$\vec{B} = B_0 \sin(kx - \omega t)\,\vec{j}$$

ここで，$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$ をそれぞれ x 軸，y 軸，z 軸方向の単位ベクトルとする。以下の設問（1）～（4）に答えよ。

（1）この平面波の波長 λを求めよ。
（2）この平面波の周期T を求めよ。
（3）この平面波における電場ベクトルを求めよ。
（4）この平面波におけるポインティングベクトルを求めよ。

（次ページは空白）

（このページは白紙）

問題８　物理数学（100 点）

以下の問い（**問 1〜問 5**）に答えよ。解答用紙には計算の途中経過も書くこと。

問1　設問(1)～(3)に答えよ。

(1)　複素数$z = e^{i\theta}$を用いて、$z^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$と表せることを示せ。

(2)　$z = \cos\theta + i\sin\theta$とおき、$z^n + z^{-n}$を計算して、$\cos n\theta$を含む実関数として表せ。

(3)　上記の関係式を用いて、$\cos n\theta$を$\cos\theta$の多項式として表す漸化式

$$\cos(n\theta) = 2\cos\theta\cos\big((n-1)\theta\big) - \cos\big((n-2)\theta\big)$$

を導け。

問2　次の文を読み，設問(1)～(3)に答えよ。

3 次元直交座標系(x, y, z)において、次のベクトル場を与える。

$$\mathbf{v}(x, y, z) = (yz, zx, xy)$$

(1) $\mathbf{v}$の発散$\nabla\cdot\mathbf{v}$を求めよ。

(2) $\mathbf{v}$の回転$\nabla\times\mathbf{v}$を求めよ。

(3) スカラー場$\Phi(x, y, z) = xyz$に対して、ベクトル場$\nabla\Phi\times\mathbf{v}$を計算して、その幾何学的意味を説明せよ。

問3　以下の２行２列の行列Aについて、設問(1)～(3)に答えよ。

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

(1)　行列Aの固有値λ_1, λ_2を求め、それぞれに対応する固有ベクトル$\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$を求めよ。

(2)　得られた固有ベクトルを単位ベクトルに正規化し、直交行列 Q を、2 つの正規直交化された固有ベクトル $\hat{\mathbf{v}}_1$，$\hat{\mathbf{v}}_2$を列ベクトルとして並べた行列として構成せよ。

(3)　直交行列 Q を用いて、行列積 $\mathrm{Q}^T\mathrm{AQ}$を計算せよ。
　ただし、記号Tは転置操作を表すものとする。

（次ページに続く）

問4　次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 3y = e^x$$

問5　次の定積分を計算せよ。

$$\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}\,dx$$

（このページは白紙）