

(問題6の続き)

- (1) C_1, C_2 の2つの経路に沿って、質点が点 O から点 A まで運動したときに受けた仕事 $W = \int_O^A \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ の値を、それぞれ求めよ。ただし、 $d\mathbf{r}$ は質点の位置の微小変位ベクトルである。
- (2) 質点が経路 C_1 を通って点 O から点 A に移動したあと、経路 C_2 を逆にたどって点 O に戻った場合、この1周経路の間に質点が受けた仕事を求めよ。
- (3) 設問 (1), (2) の結果に基づき、点 O を基準とする位置エネルギーを表す関数 $U(x, y)$ を求めよ。

問3 地球を質量が M , 半径 R の球と考え、密度は球対称であるとする。地球の中心から $r (r \geq R)$ の距離にある質量 m の質点には地球からの万有引力が働き、それは地球の全質量が中心に集まってできる質点の及ぼす万有引力に等しい。 $M \gg m$ であり、空気の抵抗や地球の自転にともなう効果は無視できるものとして、以下の設問 (1) ~ (4) に答えよ。

- (1) 万有引力定数を G として、地球の中心から r の距離にある質量 m の質点に働く、万有引力による加速度の大きさを求めよ。
- (2) 設問 (1) に基づき、無限遠を基準にとったときの、質点に働く万有引力による位置エネルギー (重力ポテンシャル) $U(r)$ を求めよ。
- (3) 地表から真上に向かって質量 m の質点を初速度の大きさ v_0 で投げ上げることを考える。質点が地球の中心から離れるに従い、地球の中心からの距離 r に依存する万有引力のため質点の速さ v は減速し、やがて 0 となり、その後は地表面に落下する。そのときの最高到達距離 r_m を求めよ。
- (4) 設問 (3) で、質点の初速度の大きさ v_0 がある値より大きくなると、質点は地球の万有引力により落下して来なくなる。その時の v_0 の最小値を求めよ。