

問題5 熱力学 (100点)

以下の問い (問1～問3) に答えよ。ただし、圧力を p 、温度を T 、体積を V 、内部エネルギーを U 、エントロピーを S とおく。

問1 任意の3つの状態量 A, B, C の間に次式が成り立つことを示せ。

$$\left(\frac{\partial A}{\partial B}\right)_C \left(\frac{\partial B}{\partial C}\right)_A \left(\frac{\partial C}{\partial A}\right)_B = -1 \quad \text{①}$$

問2 系が準静的に微小変化したときの内部エネルギーの変化は、得た熱量を $d'Q$ とすると次のように表される。

$$dU = d'Q - pdV \quad \text{②}$$

熱容量と圧縮率について、以下の設問 (1)～(4) に答えよ。ただし、対象とする系は理想気体に限らないことに注意すること。

(1) ②式より定積熱容量 C_V が次式で表現されることを示せ。

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \quad \text{③}$$

(2) ②式を p, T を独立変数として書きかえることで、定圧熱容量 C_p が次式で表現されることを示せ。

$$C_p = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_p + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad \text{④}$$

(3) ②式を p, V を独立変数として書きかえることで、断熱過程における次式を導け。ただし、左辺の下つき添字 ad は断熱過程であることを意味する。

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{ad} = \frac{-\left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_p + p \right]}{\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_V} \quad \text{⑤}$$

(次ページに続く)