

平成20年度
九州大学大学院理学府
修士課程地球惑星科学専攻
入学試験問題

(全15ページ)
(300点)

注意事項

(1) この問題冊子には、合計9題が出題されている。

問題1 地質学	問題2 古環境学・古生物学	問題3 岩石学・鉱物学
問題4 一般化学	問題5 地球化学	問題6 熱力学
問題7 力学	問題8 電磁気学	問題9 物理数学

(2) 第1志望・第2志望ともに、岩石循環科学、地球進化史、古環境学、初期太陽系進化学、有機宇宙地球化学、希元素地球化学、地球惑星物質科学、地球惑星博物学の各専門分野を志望する受験生は、9問題のなかから任意に3問題を選択すること。

(3) 第1志望または第2志望で、太陽地球系物理学、宇宙地球電磁気学、中層大気科学、対流圏科学、地球流体力学、固体地球惑星力学、地球内部ダイナミクス、観測地震・火山学の各専門分野を志望する受験生は、問題6～問題9(上記の下線を引いた問題)のなかから少なくとも2問題を含む、合計3問題を選択すること。下線を引いた問題以外から2問題以上選択した場合は、1問題のみを有効とし、他の解答問題は無効(0点)とするので注意すること。

(4) 解答はそれぞれ別の解答用紙の枠内に書くこと(裏面使用可)。

(5) それぞれの解答用紙には、受験番号、氏名、選択した問題の番号を記入すること。

(6) この問題冊子は持ち帰ってよい。

問題1 地質学 (100点)

以下の問1, 問2に答えよ。

問1 次の文章を読んで、設問(1)～(5)に答えよ。

堆積物には形成当時の気候条件をよく反映するものがあり、それらは古気候復元の有力な手がかりとなる。代表的なものとして石炭、蒸発岩、氷河性堆積物、炭酸塩堆積物がある。

石炭ははじめ植物遺骸が集積したPEATとして形成されるので、一般的には低緯度地域におけるように降水量が蒸発量を上回り、植物の繁茂に適した温暖で湿潤な気候を示唆する。しかしPEATの保存には高い(ア)と湿原・沼地が必要であることから、気温よりも降水量のほうが重要と考えられている。いっぽう寒冷気候のため植物の成長が抑えられるものの、カナダやシベリアのツンドラ地帯のような^(a)高緯度地域でも大量のPEATが形成される場合がある。

蒸発岩は乾燥気候を示す堆積物で、その形成には蒸発量が降水量および堆積盆への河川水流入量を上回ることが必要である。最も代表的な蒸発岩は(イ)で、ほかに無水・含水石膏、ドロマイトなどがある。また乾燥環境では、(ウ)とよばれるひび割れ状構造が堆積物の表面にみられることがある。

氷河性堆積物には厚い氷河・氷床の存在と寒冷気候を示すさまざまな構造や堆積物がみられる。たとえば(エ)は、氷河・氷床の下方移動によってその中の岩屑が下位の基盤岩表面を線状に削って形成される構造である。したがって(エ)を用いて、氷河・氷床の移動方向や中心部の位置を推定できる場合がある。氷河の移動速度は一般にはきわめて小さいが、侵食力が強いので、(オ)とよばれる氷河地形を形成する。また^(b)氷縞粘土は季節変化に伴う氷河の融氷・結氷を反映していると考えられている。

^(c)浅海炭酸塩堆積物の多くは熱帯・亜熱帯気候での堆積を示す。しかし中～高緯度地帯の冷水域にも炭酸塩堆積物の分布が知られているので、炭酸塩堆積物を用いた気候の復元には岩相・生相の詳細な検討を要する。

これらの堆積物のほか、卓越風の方向を推定する手がかりとなる^(d)風成堆積物も古気候復元のうえで重要である。

(1) 文中の空所(ア)～(オ)に最もよくあてはまる語を次の語群から選んで、記号を記せ。

A. U字谷, B. 乾裂, C. 降水量, D. 砂管, E. 地下水面, F. 岩塩, G. 石油,
H. 古流向, I. 隆起量, J. 氷河擦痕, K. 溶存酸素量, L. モレーン, M. フルートキャスト, N. 縞状鉄鉱層, O. 鍾乳石

(2) 下線部(a)について、寒冷な高緯度地域でもPEATが大量に形成される理由を述べよ。

(3) 下線部(b)について、氷縞粘土にみられる縞状構造の成因を説明せよ。

(4) 下線部(c)について、熱帯・亜熱帯気候での炭酸塩堆積物の形成を示す岩相と生相をそれぞれ1つ記せ。

(5) 下線部(d)について、風成砂岩の主要な構成鉱物、粒子の淘汰度・円磨度・組織、堆積構造の特徴を述べよ。

(次ページに続く)

(問題1の続き)

問2 わが国のジュラ紀付加体に見られる海洋プレート層序の一例を示した下の柱状図(図1)について、設問(1)～(4)に答えよ。

- (1) 放散虫化石を用いて層状放散虫チャートの化石分帯を行うには、チャートを単層ごとに、すなわち5～10 cmという細かい層序間隔で採集する必要がある。そのような細かい層序間隔で試料採集を行う理由を説明せよ。
- (2) 珩質泥岩の上位に重なる砂岩・泥岩互層はタービダイト性堆積物である。この砂岩・泥岩互層の上下判定に有効な堆積構造を2つ記せ。
- (3) 図2は砂岩・泥岩互層下部に含まれる泥岩優勢部の露頭写真である。泥岩優勢部には砂岩の薄層・葉理(図2のA, B, C)で示される層理面に対して大きく斜交した砂岩がみられることがある(図2のX-Y)。このような砂岩の産状を表す用語として最も適切なものを下記の語群から選び、記号で答えよ。
ア. 斜層理, イ. 碎屑岩脈, ウ. チャンネル構造, エ. 傾斜不整合
- (4) 層状放散虫チャートから砂岩・泥岩互層を経て塊状・厚層理砂岩に至る層序の形成過程について、つぎの4つの語句をすべて用いて説明せよ。

海洋プレートの側方移動, 陸源碎屑物, 海溝, 放散虫軟泥

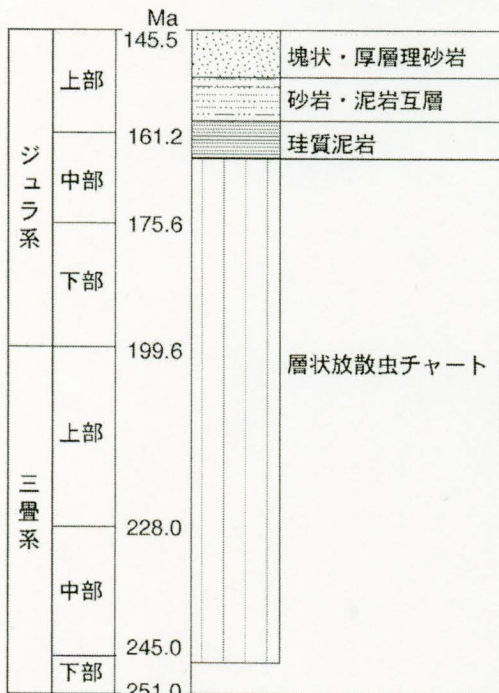


図1. ジュラ紀付加体の海洋プレート層序。
年代値は Gradstein et al. (2004)による。

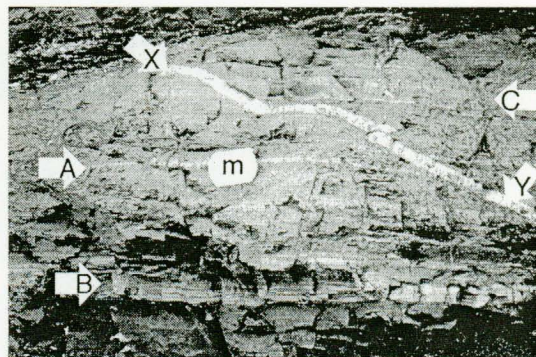


図2. 砂岩・泥岩互層下部の泥岩優勢部。
画面中央付近の m はクリノメーター。撮影
範囲の横幅は約 80 cm。

問題2 古環境学・古生物学 (100点)

以下の問い(問1, 問2)に答えよ。

問1 次の文章を読んで, 設問(1)~(4)に答えよ。

化石を用いた進化の研究には, 形態推移に基づく進化系列の推定や, 進化の速度, 様式に関するものなどのほか, 化石を遺伝学的に解析したものがある。例えば, Best (1961)は, カナダの三葉虫 *Encrinurus ornatus* を使って, 尾節軸葉のコブ(tubercles)の現れ方の多型を研究し, Hayami (1973, 1984)は, ヒヨクガイ(二枚貝) *Cryptopecten vesiculosus* の貝殻の表面装飾の多型を研究した。

Encrinurus ornatus の尾節軸葉の前方の第1番目から第3番目までのコブを観察すると, 4つおきの体節にコブが現れるもの(4-4型), 3つおきの体節にコブが現れるもの(3-3型), 3つおいて2番目, 4つおいて3番目のコブが現れるか, または4つおいて2番目, 3つおいて3番目のコブが現れる(3-4または4-3型)という3パターンがあることが分かった(図1)。同時同所の地層から900個の *Encrinurus ornatus* の尾節の化石を採集して観察したところ, 4-4型は399個体, 3-3型は96個体, 4-3(または3-4)型は405個体であった。遺伝学的な形質では, 遺伝子頻度と表現型の頻度との間には平衡関係が期待される(ハーディ・ワインベルグ則)。Best は, コブの現れ方は遺伝学的な3型であると考えて, 標本から遺伝子頻度を求め, 遺伝子頻度から3つの型の期待値を算出した。さらに, 観測値と期待値との食い違いの大きさを統計学的に検定して, ハーディ・ワインベルグ則が否定されなかったことから, *Encrinurus ornatus* のコブの現れ方は, 遺伝的な3型現象の可能性があると結論した。

ヒヨクガイの貝殻の装飾の表現型には, 高い型(Q型), 低い型(R型)という明瞭な2型がある。鮮新世の化石では, Q型しか発見されないが, 更新世になるとR型が現れ, 現世へ向かって徐々にR型の頻度が増大している。

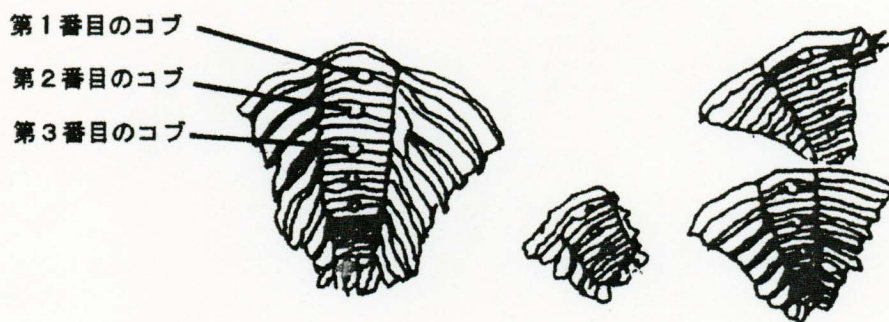


図1. *Encrinurus ornatus* の尾節軸葉のコブ。

(次ページに続く)

(問題 2 の続き)

- (1) メンデル式遺伝では、一つの形質の表現型は 2 型であるが、不完全優性では表現型は 3 型となる。表現型が 2 型および 3 型となる遺伝の仕組みを簡潔に説明せよ。
- (2) 4 - 4 型の遺伝子を A, 3 - 3 型の遺伝子を B とするとき、コブの現れ方が不完全優性であると仮定して、遺伝子 A の相対頻度 p と遺伝子 B の相対頻度 q を小数第 2 位まで求めよ。但し、 $p + q = 1$ 。途中の式も書くこと。
- (3) 更新世後期のある地層から 4900 個体のヒヨクガイを採集したところ、Q 型が 1875 個体、R 型が 3025 個体であった。いま、Q 型の遺伝子を Q, R 型の遺伝子を R とする。貝殻の装飾はメンデル式遺伝に従い、Q は R に対して優性であるとするとき、表現型 R 型の遺伝子型を書け。また、遺伝子 Q の相対頻度を x 、遺伝子 R の相対頻度を y とするとき、遺伝子 R の相対頻度 y を小数第 2 位まで求めよ。但し、 $x + y = 1$ 。途中の式も書くこと。必要なら、 $\sqrt{1875} = 43.30$ を使用せよ。

問 2 次の文章を読んで、設問(1)~(4)に答えよ。

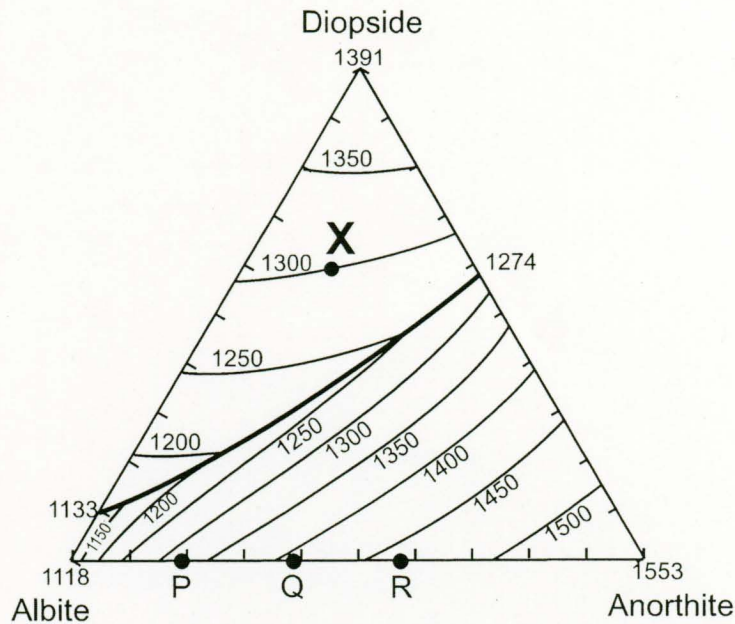
ある種を表す学名は、属名と種小名の 2 語で構成されており、これを 2 名法という。一方、属以上の分類群は 1 語で表される 1 名法である。イタヤガイ科二枚貝の 1 種ヒヨクガイは、日本産の標本を模式標本として、1877 年に、ドイツの貝類学者 Wilhelm Dunker によって、*Pecten* 属の 1 種として記載された。現在の教科書や論文では、一般に、*Cryptopecten vesiculosus* (Dunker) と表記されている。房総半島以西の浅海の貝殻混じりの粗粒砂上に生息し、鮮新世、更新世の地層から化石として多産する。貝殻の形態に見られる 2 型を使って、遺伝学的進化の研究が行われた。

- (1) 学名とは何か。国際動物命名規約、適格、同物異名 (シノニム)、有効という用語を使って説明せよ。
- (2) 2 名法は、1 名法と比べてどのような利点があるか。簡潔に説明せよ。
- (3) ヒヨクガイの学名の命名者の名前が、(Dunker) と丸括弧に入っているのは、何を意味するか。また、[Roeding] のようにかぎ括弧に入っている場合がある。かぎ括弧は、どのような場合に使われるか。
- (4) 現在の国際動物命名規約では、新種の記載の際には、総模式標本よりも完模式標本を指定すべきであると勧告されている。その理由を説明せよ。

問題3 岩石学・鉱物学 (100点)

以下の問い (問1、問2) に答えよ。

問1 下の図は透輝石 (Diopside) - 斜長石 (Albite-Anorthite) 系の1気圧での相平衡図である。ただし、組成はwt(重量)%で示してある。また、図上の数字はある点および液相面の等温曲線の温度 (°C) を示す。以下の文章を読み、問い ((1) ~ (5)) に答えよ。



この相平衡図をもとに、組成Xの粉末を用いて、次のような実験を行った。

実験A: 白金ワイヤーに粉末を丸く固めて付け、それを電気炉で温度1400°Cまで上昇させ、24時間保持し、室温まで急冷し取り出したところ、ワイヤーには液滴状の固体がくっついており、それを実験サンプルAとした。

実験B: 実験Aと同様な手順で、粉末を1400°Cの温度で24時間保持し、それを1250°Cの温度にまで瞬間的に下降させ、その温度でさらに1週間保持した後、室温まで急冷、固結させ実験サンプルBとした。

実験C: 実験Aと同様な手順で、粉末を1400°Cの温度で24時間保持し、それを、1200°Cの温度にまで瞬間的に下降させ、その温度でさらに1週間保持した後、室温まで急冷、固結させ実験サンプルCとした。

(次ページに続く)

(問題 3 の続き)

それぞれの実験サンプルを薄片にして偏光顕微鏡で観察したところ、次のような事実がわかった。

実験結果 A : サンプル A には結晶は含まれておらず、均一なガラスであった。

実験結果 B : サンプル B には透輝石の結晶がガラス中に均一に含まれていた。

実験結果 C : サンプル C にはガラス中に透輝石と斜長石の結晶が空間的に均一に含まれており、結晶の総割合はおおよそ 70wt% であった。

- (1) 実験結果 A において、ガラスと判断した根拠を記せ。
- (2) Diopside-Anorthite および Albite-Anorthite 断面で見られる相図の概略を描け。
- (3) 点 X で示される組成の透輝石成分の割合は何%か。解答は 5wt% の単位 (例えば、5wt%、10wt%、15wt%、...) で記すこと。
- (4) 実験結果 B において透輝石の結晶の割合は何 wt% であると推定されるか。推定の根拠も説明すること。
- (5) 実験結果 C において観察された結晶のうち、斜長石の組成を測定した。その結果は図中の、P、Q、R のどの組成に最も近いと考えられるか。その根拠も説明すること。

(次ページに続く)

(問題3の続き)

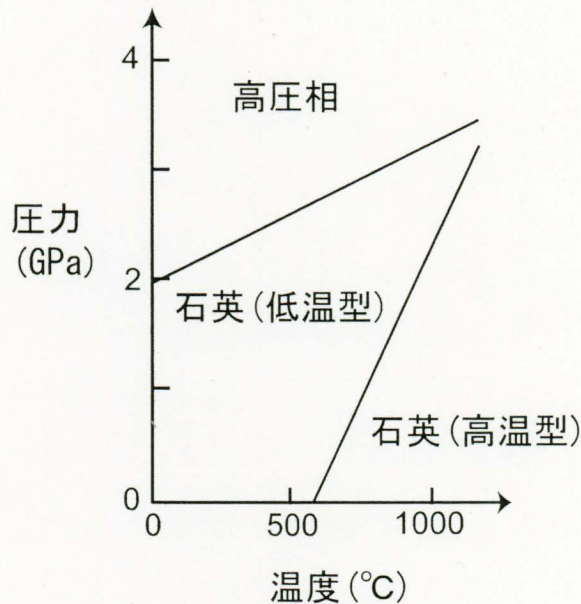
問2 次の問い((1)~(4))に答えよ。

- (1) 鉱物は原子またはイオンの規則的空間配列で特徴付けられる。その空間配列の規則性は、結晶系として大きく分類される。次の各鉱物の結晶系を答えよ。

カンラン石 斜長石 石英(低温型) 黒雲母 普通輝石 方解石 磁鉄鉱

- (2) 問い(1)で示した鉱物の中でケイ酸塩鉱物は SiO_4 四面体の結合の仕方で、次のようなグループに分類される: 1) ネソケイ酸塩、2) イノケイ酸塩、3) フィロケイ酸塩、4) テクトケイ酸塩。問い(1)で示した鉱物中のケイ酸塩鉱物はどのグループに属するか記せ。

- (3) 鉱物は、温度圧力条件の変化によって、別の結晶構造を持つ鉱物に相転移する。下の図は、石英の相転移を示している。高压相に相当する鉱物の名称を記せ。また、その高压相が見つかるのはどのような地質学的な場においてか、三つ挙げよ。



- (4) 問い(3)の図で、石英(低温型)と高压相の相境界線がほぼ直線となることの熱力学的意味を説明せよ。

問題4 一般化学 (100点)

以下の問い(問1～問3)に答えよ。

問1 第四周期の遷移金属元素(Sc(原子番号21)からZn(原子番号30))、ランタノイド元素(La(原子番号57)からLu(原子番号71))の電子配置とイオン化エネルギーに関する以下の問い(1)～(5)に答えよ。なおランタノイド元素のうちLaからGdまでの外殻の電子配置と、第一イオン化エネルギー(I_1)、第三イオン化エネルギー(I_3)を下の表1に示した。

(1) 例に示したNa原子の電子配置にならい、次の二つの原子(ア)Ti(原子番号22)
(イ)Mn(原子番号25)の電子配置を示せ。

(例) Na $(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^1$

(2) 第四周期の遷移金属元素の I_1 は、原子番号の増加に伴いわずかに増加する。しかしZnの I_1 は、ScからCuまでの原子に比べやや大きい値をとる。この理由について、Zn原子の電子配置を基に説明せよ。

(3) 例に示したCs(原子番号55)原子の電子配置にならって、次の二つの原子(ア)Nd(原子番号60)(イ)Yb(原子番号70)の電子配置を示せ。

(例) Cs $[\text{Xe}](6s)^1$

(4) ランタノイド元素の I_1 は原子番号の増加につれて増加せず不規則な変化をしている。それはなぜか説明せよ。

(5) ランタノイド元素の I_3 はGdで減少する。 I_3 は M^{2+} から M^{3+} への電子配置変化に関するエネルギーであることに注目し、 I_3 がGdで減少する理由を説明せよ。

表1 LaからGdまでの原子の外殻電子配置とイオン化エネルギー

元素	元素記号	6s	5d	4f	I_1 (kJ/mol)	I_3 (kJ/mol)
ランタン	La	2	1	0	538	1,850
セリウム	Ce	2	0	2	534	1,949
プラセオジウム	Pr	2	0	3	527	2,086
ネオジウム	Nd	2	0	4	533	2,130
プロメチウム	Pm	2	0	5	540	2,150
サマリウム	Sm	2	0	6	545	2,260
ユウロピウム	Eu	2	0	7	547	2,404
ガドリニウム	Gd	2	1	7	593	1,990

(次ページに続く)

(問題 4 の続き)

問 2 元素のフッ化物に関する以下の問い (1), (2) に答えよ。

(1) 第三周期元素のフッ化物の融点を示す。

化合物	KF	CaF ₂	GaF ₃	GeF ₄	AsF ₆	SeF ₆
融点 (°C)	857	1423	800 (昇華)	-37	-63	-40

(ア) CaF₂ までと GaF₃ 以降では化学結合が異なる。それぞれは何結合か。

(イ) GaF₃ の融点は、化学結合の違いから予想される融点より高温である。これは昇華が起こることにもよるが、このときの GaF₃ の気体分子の特徴を述べよ。

(ウ) CaF₂ に比べ同族の元素である Sr のフッ化物 SrF₂ は水への溶解度が高い。

この理由を簡単に説明せよ。

(2) CaF₂ と SrF₂ が共存する時の CaF₂ と SrF₂ それぞれの溶解度を求めたい。それぞれのフッ化物に対する溶解度積 $[Ca^{2+}][F^-]^2 = 4.0 \times 10^{-11}$ 、 $[Sr^{2+}][F^-]^2 = 4.0 \times 10^{-9}$ とする。

(ア) 以下の文章の a ~ c に x を含む式を当てはめよ。

両化合物の溶解度は F⁻ という共通イオンがあるために独立ではない。しかし、CaF₂ の溶解度積は SrF₂ の溶解度積より十分小さいので、溶液中の F⁻ はほとんど SrF₂ 由来で、また SrF₂ の溶解度は CaF₂ が存在しないとして考えることができる。SrF₂ の溶解度を x (mol/L) とすると、 $[Sr^{2+}] = (a)$ 、 $[F^-] = (b)$ となる。よって (SrF₂ の溶解度積) = (c) = 4.0×10^{-9} となる。

(イ) SrF₂ の溶解度を求めよ。

(ウ) CaF₂ の溶解度を求めよ。

問 3 次の文章は炭素の種類に関し述べたものである。以下の問い (1), (2) に答えよ。

(1) ア ~ キに適切な語句を当てはめよ。なおカ、キにはア、イのいずれかが当てはまる。

炭素の単体には三つの物質 (ア)、(イ)、(ウ) が存在する。(ア) は (エ) 混成軌道からなる層状構造を示し、導電性を持つ。

(イ) は (オ) 混成軌道からなり、各原子は共有結合で結ばれている。

(ウ) は炭素 60 個で五角形と六角形が組み合わさった球形の分子で、この分子の発見以前に似た建築物を作った建築家にちなんで名付けられた。また炭素 70 個、84 個でも同様の構造が生成することが知られている。なお熱力学的には、常温常圧では (カ) は (キ) より安定であり、(キ) は地球上ではマントル内の高圧高温条件で生成する。

(2) イの構造を立体的に図示せよ。

問題 5 地球化学(100点)

以下の問い(問1、問2)に答えよ。

問1 炭素は地球の表層を、主に有機炭素、二酸化炭素、炭酸水素イオンとして、循環している。その循環を議論する際に、同位体比は重要な情報を与える。炭素の同位体比に関連した以下の問いに答えよ。

(a) 炭素の同位体比は次式によって定義される δ 表記を用いて表される。

$$\delta_{\text{試料}}^{13\text{C}} (\text{‰}) = (R_{\text{試料}}/R_{\text{標準}} - 1) \times 1000 \quad \text{式 1}$$

ただし、 R は $^{13}\text{C}/^{12}\text{C}$ である。二つの異なる物質 A, B が混合したとき、その混合物の示す同位体比は、二つの物質に含まれる炭素の量をそれぞれ M_A, M_B とすると、以下の式によって与えられる。

$$\delta_{\text{混合物}}^{13\text{C}} = (M_A \delta_A^{13\text{C}} + M_B \delta_B^{13\text{C}}) / (M_A + M_B) \quad \text{式 2}$$

式2を導け。

(b) 大気中の二酸化炭素の同位体比は、産業革命以降減少傾向にあり、産業革命以前の値 -7.0‰ から現在の値 -8.5‰ に減少した。化石燃料の炭素同位体比を -30‰ として、現在の大気中の化石燃料由来の二酸化炭素の寄与の割合を、有効数字 2 桁で求めよ。ただし、産業革命以前の大気に、化石燃料由来の二酸化炭素の寄与はないとする。

(c) 大気中の二酸化炭素を炭素固定する植物では、大気中の二酸化炭素の δ 値と固定された炭素の δ 値の間に、おおよそ次の関係が存在する。

$$\delta_{\text{固定}}^{13\text{C}} - \delta_{\text{二酸化炭素}}^{13\text{C}} = -21 \quad \text{式 3}$$

陸上に生物が登場して間もない頃の大気中の二酸化炭素濃度が現在の 100 倍であったとする。当時の大気中の二酸化炭素の δ 値と現在の大気中の二酸化炭素の δ 値の大小を比較し、理由とともに答えよ。

(d) 閉鎖系においては式 2 の左辺が定数になる。海水中の溶存二酸化炭素、炭酸水素イオン、炭酸イオン間には同位体交換平衡が存在し、式 4、式 5 が成り立つ。

$$\delta_{\text{炭酸水素イオン}}^{13\text{C}} - \delta_{\text{溶存二酸化炭素}}^{13\text{C}} = 8.0 \quad \text{式 4}$$

$$\delta_{\text{炭酸イオン}}^{13\text{C}} - \delta_{\text{炭酸水素イオン}}^{13\text{C}} = -3.0 \quad \text{式 5}$$

海水が閉鎖系であると仮定し、溶存二酸化炭素、炭酸水素イオン、炭酸イオンの量比が 1:10:1 の時、それぞれの同位体比はいくらか。小数点以下 1 桁の δ 表記で答えよ。ただし、海水中の全溶存二酸化炭素の $\delta^{13\text{C}}$ を -3.0‰ とする。

(次ページに続く)

(問題5の続き)

- (e) (d)の海水の pH が低下したときに、溶存二酸化炭素、炭酸水素イオン、炭酸イオンの各化学種の同位体比はどのように変化すると予想されるか。理由とともに記せ。
- (f) 大気中二酸化炭素と溶存二酸化炭素の間には次の関係が成り立つ。

$$\delta_{\text{二酸化炭素}}^{13\text{C}} - \delta_{\text{溶存二酸化炭素}}^{13\text{C}} = 1.0 \quad \text{式6}$$

海水温が上昇したときに、大気中の二酸化炭素の同位体比はどのように変化すると予想されるか。理由とともに記せ。ただし、温度の変化が式6に与える影響は無視できるとする。

- (g) 隕石の衝突後に堆積した石灰岩の炭素同位体比が、数%減少したことが分かっている。この現象について考えられる説明を三つ挙げよ。

問2 次の図1は海水中の元素の鉛直分布の典型的な型(I, II, III型)である。この図について、以下の間に答えよ。

- (a) それぞれの型の鉛直分布を示す元素を挙げ、その理由を、水柱を沈降する粒子との関係に着目して答えよ。
- (b) (a)の挙動を考慮して、各型を元素の滞留時間の大きい順に並べよ。
- (c) 一年間に河川によって運ばれる Zn の総量は 7×10^{10} g である。海水の総量は 1.3×10^{21} L、海水中の Zn の平均濃度は $0.5 \mu\text{g/L}$ として、Zn の海洋における平均滞留時間を求めよ。ただし、海洋への河川以外の Zn の供給は無視できるとする。

- (d) 図2にある海域における炭酸イオンの鉛直分布を示した。その海域でのおおよそのカルサイト (CaCO_3) の飽和深度を求めよ。ただし、海水中の Ca イオンの濃度を 10 mmol/L 、Ca イオン、炭酸イオンの活量係数をそれぞれ、0.2、0.04、カルサイトの溶解度積を 2×10^{-9} とする。

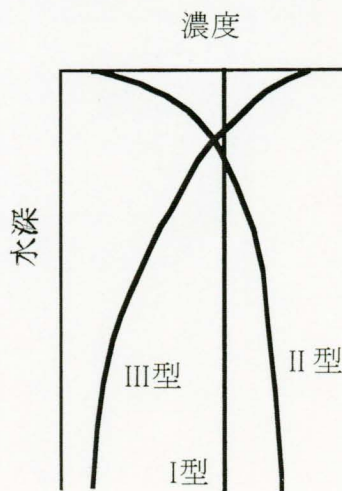


図1 海水中の溶存成分の鉛直分布

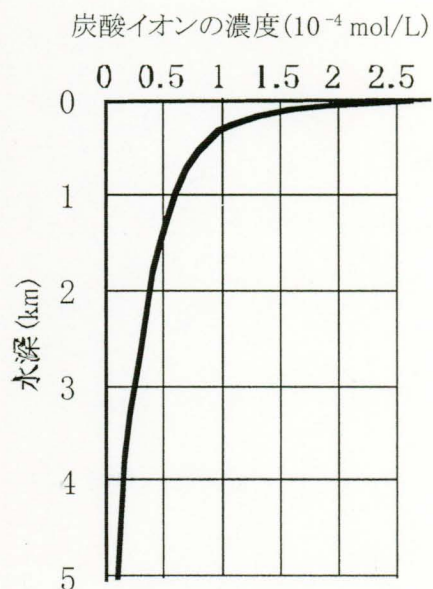
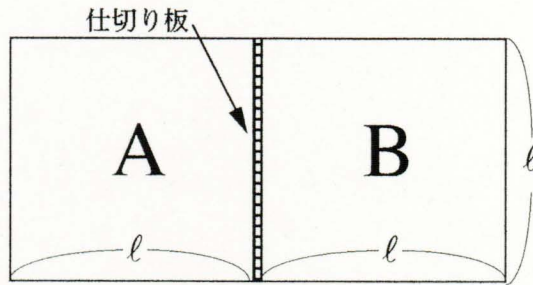


図2 炭酸イオンの鉛直分布

- (e) 実際には(d)で求めた深度より深い深度まで、カルサイトを含む堆積物が認められる。この理由を説明せよ。

問題6 熱力学 (100点)

直方体の断熱容器が、熱を通す仕切り板で2つの立方体（一辺の長さ l ）の空間 A, B に分けられている（下図）。仕切り板は固定され、空間 A には理想気体 1 モル（温度 T_A ）が入っており、空間 B は真空である。この状態を状態 1 とする。以下の問い（問 1～問 4）に答えよ。



問 1 状態 1 について、次の (a)～(d) の問いに答えよ。

- (a) 理想気体が仕切り板に及ぼす力 F を l, T_A , 気体定数 R を用いて示せ。
- (b) この気体の定積モル比熱は, $\frac{5}{2}R$ にほぼ一致する。この気体分子はいくつの原子から成っていると考えられるか答えよ。根拠も示せ。
- (c) $R = 8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ として, この気体の定圧モル比熱を求めよ。
- (d) 理想気体の代わりに同じ温度の実在気体 1 モルを空間 A に入れた場合の圧力は, 状態 1 の圧力とどのように異なると予想されるか, 「分子間力」, 「分子の大きさ」の 2 語を用いて説明せよ。

問 2 状態 1 から固定を解くと, 仕切り板は摩擦なく動き, 空間 A の体積が 2 倍になった。十分時間の経った状態を状態 2 とする。次の (a)～(d) の問いに答えよ。

- (a) 状態 2 の温度を求めよ。
- (b) 状態 1 から 2 への変化で, 理想気体が受けた仕事量を求めよ。
- (c) (a) と (b) からわかる理想気体の性質を述べよ。
- (d) 状態 1 から状態 2 への変化が不可逆変化であることを適当な熱力学関数を用いて説明せよ。

問 3 状態 1 の状態に戻し, 空間 B に異種の理想気体 1 モル（温度 T_B ）を入れる。十分時間が経った時の状態を状態 3 とする。状態 3 の温度 T_3 を求めよ。ただし, 熱のやりとりは空間 A, B の間でのみ行なわれると仮定する。また, 空間 A, B 中の理想気体の定積モル比熱をそれぞれ, C_{vA}, C_{vB} (いずれも定数) とする。

問 4 状態 3 から, 仕切り板を取り除く。十分時間が経った時の状態を状態 4 とする。状態 3 から状態 4 へのエントロピーの変化量を求めよ。

問題7 力学 (100点)

以下の問い(問1~問3)に答えよ。

問1 共通の固定軸のまわりに角速度 ω_1, ω_2 ($\omega_1 \neq \omega_2$) で回転している剛体(慣性モーメントはそれぞれ I_1, I_2) が急に連結されて1つの剛体になる場合について、以下の問い((1)~(4))に答えよ。

- (1) 連結前の全体の運動エネルギーはいくらか。
- (2) 連結後の剛体の角速度はいくらか。
- (3) 連結後の全体の運動エネルギーはいくらか。
- (4) 連結によって全体の運動エネルギーが減ることを示せ。

問2 地球を半径 R で密度 ρ の一様な球とする。いま地球の中心を通る真っすぐなトンネルを掘り、それに沿って地球の中心を原点とする x 軸を考える。トンネルに質量 m の物体(質点)を初速度ゼロで落下させたとき、以下の問い((1)~(3))に答えよ。なお、落下を始めてからの時間を t 、万有引力定数を G 、地表における重力加速度を g とする。

- (1) x 軸上の座標 x ($|x| < R$) の点(以降、点 x と呼ぶ)にある質量 m の物体に働く重力は、半径 $|x|$ の球内の地球の質量が全部中心に集まったとしたときの物体に働く万有引力に等しい。点 x にある質量 m の物体に働く重力を m, G, ρ, x を用いて書け。
- (2) 地表における質量 m の物体に働く重力が mg であることを利用すると、(1)で求めた点 x における物体の重力は m, g, R, x を用いて書ける。落下した物体の運動方程式を m, g, R, x, t を用いて書け。
- (3) 落下した物体は単振動を行う。この周期を求めよ。

問3 一直線上を運動する質量 m の質点に、速さが v のとき大きさ kmv^n ($0 < n < 1$; k は正の定数) の抵抗力が働く場合を考える。以下の問い((1), (2))に答えよ。

- (1) 時刻を t とするとき、この質点の運動方程式を v, t, m, k, n を用いて書け。
- (2) 初速度が $v_0 (> 0)$ のとき、質点が止まるまでの時間を求めよ。

問題 8 電磁気学 (100 点)

以下の問い (問 1、問 2) に答えよ。

- 問 1** (1) 物質中のマクスウェルの方程式 (微分形) を書け。
 (2) (1) の式中に現れる電束密度 \mathbf{D} を電場 \mathbf{E} と分極ベクトル \mathbf{P} によって表せ。
 ただし、 \mathbf{P} が \mathbf{E} に比例すると仮定しない一般的な表式で記せ。
 (3) (1) の式中に現れる磁場の強さ \mathbf{H} を磁束密度 \mathbf{B} と磁化ベクトル \mathbf{M} によって表せ。
 ただし、 \mathbf{M} が \mathbf{B} に比例すると仮定しない一般的な表式で記せ。

- 問 2** 真空中に、3 本の無限に長い直線の導線があり、定常電流が流れている。3 本とも直交座標系の z 軸に平行で、
 1 本目は座標 $(0,0,0)$ の点を通り、電流をベクトル表示すると $(0,0,I)$ である。
 2 本目は座標 $(a,b,0)$ の点を通り、電流をベクトル表示すると $(0,0,-J)$ である。
 3 本目は座標 $(a,-b,0)$ の点を通り、電流をベクトル表示すると $(0,0,-J)$ である。
 ただしここに a, b, J は正とする。このとき、以下の問い ((1)~(5)) に答えよ。

- (1) 1 本目の電流が 2 本目の電流の位置に作る磁場を以下の手順で求める。以下の空白 (ア~エ) を埋めよ。

一般に、磁場を求めようとする点の位置を \mathbf{r} 、導線を C 、 C 上の点を \mathbf{r}' として、 \mathbf{r} における磁場ベクトル $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ は、以下のビオサバールの式で求められる：

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{d\mathbf{r}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

いま、 C は z 軸上にあるので、 \mathbf{r}' の x, y, z 成分は $(0,0,z')$ と書け、また、 $d\mathbf{r}'$ の x, y, z 成分は $(0,0,dz')$ と書ける。また、 \mathbf{r} としては、いま、 $(x,0,0)$ とする (ここに $x > 0$ とする)。これらを上の式に代入すると、積分の中身は y 成分のみゼロでなく、

$B_y = \boxed{\text{ア}}$ となる。(a) この積分を計算すると、 $B_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ が得られる。

以上は $(x,0,0)$ での \mathbf{B} であったが、磁場が z 軸のまわりに軸対称であることから、より一般に $(x,y,0)$ の位置 (x, y の符号は正も負も許す) での \mathbf{B} については、

その x 成分は $\boxed{\text{イ}}$ 、 y 成分は $\boxed{\text{ウ}}$ と書ける (z 成分はゼロ)。

以上より、本問の 1 本目の電流が 2 本目の電流の位置に作る磁場の大きさ (絶対値) を求めると $\boxed{\text{エ}}$ となる。

- (2) (a) の積分を実際に計算せよ。ただし、 $x = R \sin\theta$ 、 $z' = R \cos\theta$ として、変数を z' から θ に変換することで計算せよ。ここに、 $R = x / \sin\theta$ なので、
 $z' = x / \tan\theta$ 、 $dz' = -d\theta \cdot x / \sin^2\theta$ であり、 θ の積分範囲は π から 0 となる。
- (3) 2 本目の電流が 1 本目、3 本目の電流から単位長さあたりに受ける力の総和の x 成分は $\frac{\mu_0 I J}{2\pi} \frac{a}{a^2 + b^2}$ 、 y 成分は $\frac{\mu_0 J}{2\pi} \left(\frac{bI}{a^2 + b^2} - \frac{J}{2b} \right)$ であることを証明せよ。
- (4) z 軸に平行で無限に長い直線の導線をもう一本置くことを考える。この 4 本目の導線に電流を流しても他の 3 本の電流から力を受けない (すなわち、受ける力の総和がゼロになる) 位置に置きたい。配置の対称性から、そのような位置に置かれた導線は x 軸を通ると考えられるので、4 本目の導線が $(x,0,0)$ を通るものとして、この x が満たすべき式を求めよ。解答用紙にはその式の導出過程も記すこと。
- (5) $J = 4$ [A]、 $a = 3$ [m]、 $b = 4$ [m] とする。このとき、(4) で得た式に J, a, b の値を代入して整理することにより、(4) で得た式の解が存在する I の範囲を求めよ。

問題9 物理数学 (100 点)

以下の問い (問1~問5) に答えよ。

問1 以下の関数 $f(x)$ を $x=0$ においてテーラー展開せよ。

$$f(x) = \cos x$$

問2 以下の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 2$$

問3 3次元直交直線座標系において、 \vec{r} を原点に対する位置ベクトルとするとき、ベクトル場

$$\vec{A} = \frac{\vec{r}}{r^3}$$

の発散を求めよ。ただし、 $r = |\vec{r}|$, $r \neq 0$ とする。

問4 区間 $[-\pi, \pi]$ において以下の式で与えられる周期 2π の関数 $f(x)$ をフーリエ級数に展開せよ。

$$f(x) = x$$

問5 次の方程式を解き、 z を求めよ。ただし、 i は虚数単位である。

$$z^2 = i$$