

問題7 力学 (100点)

以下の問い(問1~問3)に答えよ。

問1 共通の固定軸のまわりに角速度  $\omega_1, \omega_2$  ( $\omega_1 \neq \omega_2$ ) で回転している剛体(慣性モーメントはそれぞれ  $I_1, I_2$ ) が急に連結されて1つの剛体になる場合について、以下の問い((1)~(4))に答えよ。

- (1) 連結前の全体の運動エネルギーはいくらか。
- (2) 連結後の剛体の角速度はいくらか。
- (3) 連結後の全体の運動エネルギーはいくらか。
- (4) 連結によって全体の運動エネルギーが減ることを示せ。

問2 地球を半径  $R$  で密度  $\rho$  の一様な球とする。いま地球の中心を通る真っすぐなトンネルを掘り、それに沿って地球の中心を原点とする  $x$  軸を考える。トンネルに質量  $m$  の物体(質点)を初速度ゼロで落下させたとき、以下の問い((1)~(3))に答えよ。なお、落下を始めてからの時間を  $t$ 、万有引力定数を  $G$ 、地表における重力加速度を  $g$  とする。

- (1)  $x$  軸上の座標  $x$  ( $|x| < R$ ) の点(以降、点  $x$  と呼ぶ)にある質量  $m$  の物体に働く重力は、半径  $|x|$  の球内の地球の質量が全部中心に集まったとしたときの物体に働く万有引力に等しい。点  $x$  にある質量  $m$  の物体に働く重力を  $m, G, \rho, x$  を用いて書け。
- (2) 地表における質量  $m$  の物体に働く重力が  $mg$  であることを利用すると、(1)で求めた点  $x$  における物体の重力は  $m, g, R, x$  を用いて書ける。落下した物体の運動方程式を  $m, g, R, x, t$  を用いて書け。
- (3) 落下した物体は単振動を行う。この周期を求めよ。

問3 一直線上を運動する質量  $m$  の質点に、速さが  $v$  のとき大きさ  $kmv^n$  ( $0 < n < 1; k$  は正の定数)の抵抗力が働く場合を考える。以下の問い((1), (2))に答えよ。

- (1) 時刻を  $t$  とするとき、この質点の運動方程式を  $v, t, m, k, n$  を用いて書け。
- (2) 初速度が  $v_0 (> 0)$  のとき、質点が止まるまでの時間を求めよ。